جامعة بنها
كلية التربية

الفرقة الثالثة أساسي رياضة.   الفصل الدراسي الأول
نظريةالإحتمالات السبت 4-1-2014   (يناير) 2014

الإجـــــــــــــــــــــابة

السؤال الأول:

أ – إذا كان 2% من إنتاج مصنع معيباً. أوجد احتمال ألا يزيد عدد الوحدات المعيبة في رسالة حجمها 100 وحدة عن ثلاث وحدات.

الحـــــــــــــــــل:

الحل : معدل عدد القطع المعيبة λ

$$\lambda = 100 \text{ x } 0.02 = 2$$

وعليه فإن:

$$P(X \leq 3) = e^{-2}\frac{2^3}{3!} + e^{-2}\frac{2^2}{2!} + e^{-2}\frac{2^1}{1!} = 0.8497$$

ب - لأي حادثين A, B إذا كان $A \subset B$ فأثبت إن :

$$\mathbf{P(A) \leq P(B)}.$$

الحـــــــــــــل:

$$\because\ A \subset B \quad \therefore\ B = A \cup (B - A)$$

$$\because\ A \cap (B - A) = \Phi\ ,$$

أي أن الحادثين A ،B - A متنافيان

$$\therefore\ P(B) = P(A) + P(B - A)\ ,$$

$$\because\ P(B - A) \geq 0$$

$$\therefore\ \mathbf{P(A) \leq P(B)}$$

السؤال الثانـي:

إذا كانت الحوادث $B_1, B_2, \ldots, B_n$ تمثل تجزيئاً لفضاء العينة S وكان A أحد حوادث فضاء العينة S أثبت أن:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \mid B_i).P(B_i)$$

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \mid B_i).P(B_i).$$

الحـــــــل:

$$\because\ A = A\cap S = A\cap\left(\bigcup_{i=1}^{n} B_i\right) = \bigcup_{i=1}^{n}(A\cap B_i)\ ,$$

$$\because\ (A\cap B_i)\cap(A\cap B_j) = A\cap(B_i\cap B_j) = A\cap\Phi = \Phi\ \ \forall\ i\neq j$$

أي أن الحوادث $(A\cap B_i)$، $(A\cap B_i)$ كلها حوادث متنافية لكل $i\neq j$.

$$\therefore\ P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A\cap B_i)$$

وباستخدام قاعدة ضرب الاحتمالات فإن :

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A\,|\,B_i).P(B_i).$$

السؤال الثالث:

إذاكان $Y = |X|$ و كان:

$$p(x) = \begin{cases} 1/5 & ,\ x = -2, -1, 0, 1, 2 \\ 0 & ,\ o.w. \end{cases}$$

فأوجد $E(Y)$.

الحـــــــــل :

$$E(Y) = \sum_{x=-\infty}^{\infty} |\,x\,|.p(x)$$

$$= 2\ \frac{1}{5} + 1.\frac{1}{5} + 0.\frac{1}{5} + 1.\frac{1}{5} + 2.\frac{1}{5}$$

$$= 1.2$$

ب- إذا ألقيت قطعة نقود4 مرات فأوجد احتمال كل مما يأتي:

(i) ظهور الصورة مرتين.

(ii ظهور الصورة أكثر من مرتين

الحـــــل:

X إذا اعتبرنا أن المتغير يخضع لتوزيع ذي الحدين X هو عدد مرات الصور التي تظهر ، فإن

وعليه فإن احتمال ظهور الصورة مرتين يعطى بالصورة: $n = 4$، $p = \frac{1}{2}$ بالبارامترات

$$\mathbf{P(X=2)} = \binom{\mathbf{4}}{\mathbf{2}}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{2}}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{4-2}} = \mathbf{0.75}$$

احتمال ظهور الصورة أكثر من مرتين :(ii)

$$P(3)+P(4)=\binom{4}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{4-3}+\binom{4}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^{4}=\frac{5}{16}$$

<u>السؤال الرابع:</u>

إذا كانت دالة الكثافة للتوزيع المنتظم هي:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a} & ,a<x<b\\ 0 & ,\ o.w.\end{cases}$$

أوجد التباين والإنحراف المعياري له.

<u>الحـــــــل:</u>

يمكن إيجاد(1)**القيمة المتوقعة :** باستخدام دالة الكثافة

$$E(X)=\int x\,f(x)\,d\,x=\frac{1}{b-a}\int_0^b x\,d\,x$$

$$=\frac{1}{2\,(b-a)}\left(b^2-a^2\right)=\frac{b+a}{2} \qquad \text{(i)}$$

التباين : لإيجاد التباين نوجد

$$E\left(X^2\right)=\int x^2\,f(x)\,d\,x=\frac{1}{b-a}\int_0^b x^2\,d\,x$$

$$=\frac{1}{3\,(b-a)}\left(b^3-a^3\right)=\frac{b^2+a\,b+a^2}{3} \qquad \text{(ii)}$$

نجد أن :(ii)، (i)من

$$Var(X)=E\left(X^2\right)-\left(E(X)\right)^2=\frac{b^2+a\,b+a^2}{3}-\left(\frac{b+a}{2}\right)^2$$

مع أطيب التمنيات

د/أحمد عبدالخالق محمد - كلية العلوم – قسم الرياضيات ت /01157673982