

الزمن : ٤٠ دقيقة
الترم : الأول
التاريخ: ٢٠١٥-١-٥



جامعه بنها
كلية العلوم
قسم الرياضيات

إجابة

مادة الإحصاء والاحتمالات للفرقة الثانية كلية التربية عام (شعبة الكيمياء)

السؤال الأول:

أ - إذا كان 2% من إنتاج مصنع معيباً. أوجد احتمال ألا يزيد عدد الوحدات المعيبة في رسالة حجمها 200 وحدة عن أربع وحدات.

الحل:

الحل : معدل عدد القطع المعيبة λ

$$\lambda = 200 \times 0.02 = 4$$

وعليه فإن:

$$P(X \leq 4) = e^{-4} \frac{4^4}{4!} + e^{-4} \frac{4^3}{3!} + e^{-4} \frac{4^2}{2!} + e^{-4} \frac{4^1}{1!} + e^{-4} = 0.606$$

ب- أوجد الوسيط والمنوال للتوزيع التكراري التالي حسابياً وبيانياً

الفئات	١٢-٨	١٧-١٣	٢٢-١٨	٢٧-٢٣	٣٢-٢٨	٣٧-٣٣	٤٢-٣٨
التكرار	٢	٣	٣	٥	٤	٢	١

الحل:

أنظر أمثلة المحاضرة الثانية.

السؤال الثاني:

أ- إذا كانت الحوادث B_1, B_2, \dots, B_n تمثل تجزئاً لفضاء العينة S وكان A أحد حوادث فضاء العينة S أثبت أن:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A | B_i) \cdot P(B_i)$$

الحل:

$$\therefore A = A \cap S = A \cap \left(\bigcup_{i=1}^n B_i \right) = \bigcup_{i=1}^n (A \cap B_i) ,$$

الزمن : ٤٠ دقيقة
الترم : الأول
التاريخ: ٢٠١٥-١-٥



جامعه بنيها
كلية العلوم
قسم الرياضيات

$$\therefore (A \cap B_i) \cap (A \cap B_j) = A \cap (B_i \cap B_j) = A \cap \Phi = \Phi \quad \forall i \neq j$$

$i \neq j$ كلها حوادث متنافية لكل $(A \cap B_i), (A \cap B_j)$ أي أن الحوادث

$$\therefore P(A) = \sum_{i=1}^n P(A \cap B_i)$$

وباستخدام قاعدة ضرب الاحتمالات فإن :

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A | B_i) \cdot P(B_i).$$

ب- أوجد قيمة الثابت c الذي يجعل الدالة الآتية تمثل دالة كثافة احتمالية للمتغير العشوائي X ومن ثم أوجد $P(-1 \leq X \leq 1)$ حيث

$$f(x) = \begin{cases} c e^{-4x}, & x > 0 \\ 0 & , \text{o. w.} \end{cases}$$

الحل:

دالة كثافة احتمالية لابد من تحقق الشرط $f(x)$ الحل : لكي تكون

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^0 f(x) dx + \int_0^{\infty} f(x) dx = \frac{-c}{4} \int_0^{\infty} e^{-4x} dx = \frac{c}{4} = 1$$

$$\therefore c = 4$$

نلاحظ أن الدالة:

$$f(x) = \begin{cases} 4 e^{-4x}, & x > 0 \\ 0 & , \text{o. w.} \end{cases}$$

$f(x) \geq 0$ تحقق الشرط الأول وهو .

$$\therefore P(-1 \leq X \leq 1) = 4 \int_0^1 e^{-4x} dx = e^{-1.5} - e^{-3} \cong 0.173$$

ج- إذا كان $Y = X^2$ و كان:

الزمن : ٤٠ دقيقة
الترم : الأول
التاريخ: ٢٠١٥-١-٥



جامعه بنيها
كلية العلوم
قسم الرياضيات

$$p(x) = \begin{cases} 1/5 & , x = -2, -1, 0, 1, 2 \\ 0 & , \text{o. w.} \end{cases}$$

. فأوجد $E(Y)$

الحل :

$$\begin{aligned} E(Y) &= \sum_{x=-\infty}^{\infty} x^2 \cdot p(x) \\ &= \frac{4}{5} + \frac{1}{5} + 0 \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = 2 \end{aligned}$$

مع أطيب التمنيات
د/أحمد عبدالخالق محمد
كلية العلوم- قسم إياضيات